Laura Kühnl
Nadine Mrad

Hendrik Renneberg
Anne Wingerath

Probeklausur Mathe für Lehramtsstudenten II

1) $Welcher\ Zusammenhang\ besteht\ zwischen\ dem\ Grad\ einer\ Funktion\ und\ ihren\ Nullstellen$

   ☐ $Jedes\ f \in \mathbb{R}[t]\ mit\ geraden\ Grad\ hat\ mindestens\ eine\ reelle\ Nullstelle$

   ☐ $Jedes\ f \in \mathbb{R}\ [t] mit\ ungeraden\ Grad\ hat\ mindestens\ eine\ reelle\ Nullstelle$

   ☐ $Jedes\ f \in \mathbb{R}[t]\ mit\ geraden\ Grad\ hat\ genau\ eine\ reelle\ Nullstelle$

   ☐ $Jedes\ f \in \mathbb{R}\ [t]\ mit\ ungeraden\ Grad\ hat\ genau\ eine\ reelle\ Nullstelle$

2) Eine Familie $(v^j)_{j\epsilon I}$ heißt linear unabhängig, falls gilt:

   ☐ $\sum_{j\,\epsilon I} \lambda_j v^j = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \Longrightarrow \lambda_j = 0\ \forall j \epsilon\ I$

   ☐ $\sum_{j\,\epsilon I} \lambda_j v^j \neq \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \Longrightarrow \lambda_j \neq 0\ \forall j \epsilon\ I$

   ☐ $\sum_{j\,\epsilon I} \lambda_j v^j = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \Longrightarrow \lambda_j \neq 0\ \forall j \epsilon\ I$

   ☐ $\sum_{j\,\epsilon I} \lambda_j v^j \neq \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \Longrightarrow \lambda_j = 0\ \forall j \epsilon\ I$

3) Für eine stetig differenzierbare Kurve $f: [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}^m$ ist ihre (Bogen-)länge gegeben durch:

   ☐ $L \coloneqq \int_a^b \|f'(x)\|\, dx$

   ☐ $L \coloneqq \int_a^b \|f(x)\|\, dx$

   ☐ $L \coloneqq \int_a^b |f'(x)|\, dx$

   ☐ $L \coloneqq \int_a^b |f''(x)|\, dx$

4) Welche Aussage stimmt:

   ☐ Jede Gruppe ist ein Körper

   ☐ Jeder Ring ist ein Körper

   ☐ Jeder Körper ist ein Ring

   ☐ Jeder kommutative Ring ist ein Körper

5) $Sei\ F: V \to W\ eine\ lineare\ Abbildung. Dann\ gilt$:

   ☐ $F\ surjektiv \Leftrightarrow Ker\ F = \{0\}$

   ☐ $F\ surjektiv \Leftrightarrow Ker\ F = W$

   ☐ $F\ surjektiv \Leftrightarrow Im\ F = W$

   ☐ $F\ surjektiv \Leftrightarrow Im\ F = \{0\}$

Laura Kühnl
Nadine Mrad

Hendrik Renneberg
Anne Wingerath

6) $Wie\ lautet\ die\ Diemensionsformel\ f\text{ür}\ V, W\ endlich\ dimensinale\ Vektorr\text{äume}$
$\text{über}\ K\text{ö}rper\ K\ und\ f: V \to W$

- ☐ $\dim V = \dim Im\ F + \dim Ker\ F$
- ☐ $\dim F = \dim Im\ V + \dim Ker\ V$
- ☐ $\dim F = \dim Im\ F + \dim Ker\ F$
- ☐ $\dim V = \dim Im\ V + \dim Ker\ V$

7) Welches Axiom gilt für Determinanten

- ☐ $\det(A+B) = \det A + \det B$
- ☐ $\det(AB) = \det A \ \cdot \det B$
- ☐ $\det(AB) = \det A + \det B$
- ☐ $\det(A+B) = \det A \cdot \det B$

8) Für $f: U \to \mathbb{R}\ zweimal\ stetig\ differentionbar\ gilt\ als\ Approximation$ durch Polynome:

- ☐ $f(x) = f(a) + \langle \nabla f(a), x-a \rangle + \frac{1}{2}\langle x-a, (Hess\ f)(a)(x-a) \rangle +$ $Terme\ h\text{ö}herer\ Ordnung$
- ☐ $f(x) = f(a) + \langle \mathrm{x-a}, \nabla f(a) \rangle + \langle x-a, (Hess\ f)(a)(x-a) \rangle +$ $Terme\ h\text{ö}herer\ Ordnung$
- ☐ $f(x) = f(a) + \langle \nabla f(a), a-x \rangle + \frac{1}{2}\langle x-a, (Hess\ f)(x)(x-a) \rangle +$ $Terme\ h\text{ö}herer\ Ordnung$
- ☐ $f(x) = f(a) + \langle \nabla f(a), x-a \rangle + \langle x-a, (Hess\ f)(a)(x-a) \rangle +$ $Terme\ h\text{ö}herer\ Ordnung$

9) Eine symmetrische Matrix $A\epsilon\mathbb{R}^{nxn}$ heißt positiv definit

- ☐ $falls\ \langle \xi, A\xi \rangle \geq 0\ \forall \xi\epsilon\mathbb{R}^n$
- ☐ $falls\ \langle \xi, A\xi \rangle > \ 0\ \forall \xi\epsilon\mathbb{R}^n \setminus \{0\}$
- ☐ $falls\ \langle \xi, A\xi \rangle > 0\ f\text{ü}r\ ein\ \xi\epsilon\mathbb{R}^n$
- ☐ $falls\ \langle \xi, A\xi \rangle \leq 0\ f\text{ü}r\ ein\ \xi\epsilon\mathbb{R}^n$

10) Für $x_0\epsilon I\ und\ gegebene\ Anfangsbedingung\ y(x_0) = y_0\ gibt\ es\ genau\ eine\ L\text{ö}sung$

$\varphi: I \to \mathbb{R}\ von\ der\ homogenen\ Differentialgleichung\ y' = a(x)y(x). Diese\ lautet$:

- ☐ $\varphi(x) = y_0 e^{\int_{x0}^{x} a(t)dt}$
- ☐ $\varphi(x) = y e^{\int_{x0}^{x} a(t)dt}$
- ☐ $\varphi(x) = y_0 e^{\int_{x0}^{x} a(x)dx}$
- ☐ $\varphi(x) = y e^{\int_{x0}^{x} a(x)dx}$