

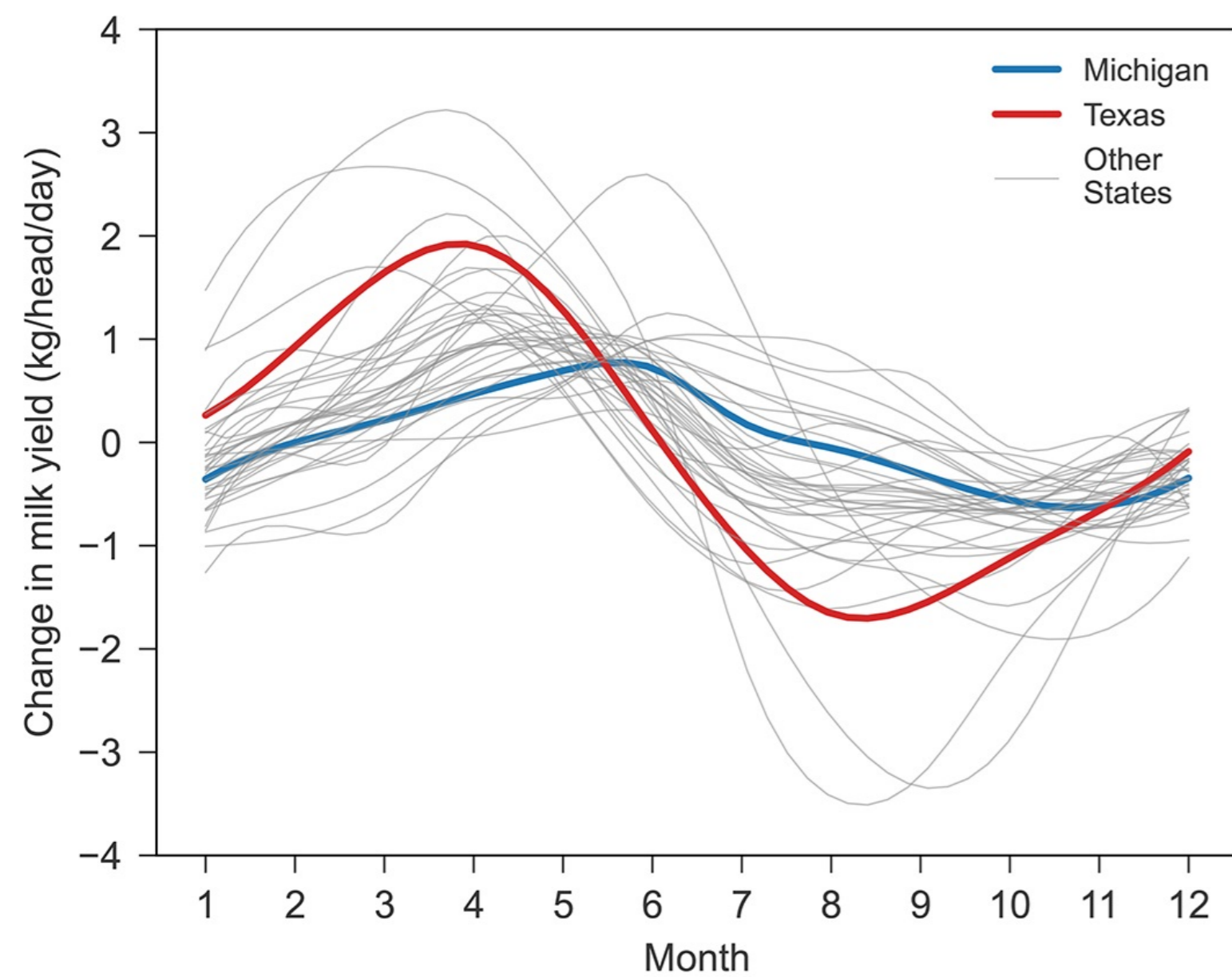
# Modellierung des Temperaturstress von Milchkühen und dessen Optimierung

André Meyer & Angela Kunoth



## Einführung

- Milchvieh wird fast das ganze Jahr in landwirtschaftlichem Gebäude zur Milchabgabe gehalten
- Klimatische Bedingungen im Gebäude beeinträchtigen Milchleistung einer Milchkuh
- Nach [BCS, CCD+] vor allem Hitze (neben Kälte) ein wichtiger Faktor, physiologisch beste Stalltemperatur: zwischen 4°C und 16°C [DLG]
- Optimale klimatische Bedingungen im Gebäude abhängig von Temperatur, Luftaustausch, Feuchtigkeit, Wärmeradiation, Luftqualität (Staub, schädliche Gase) [DLG]



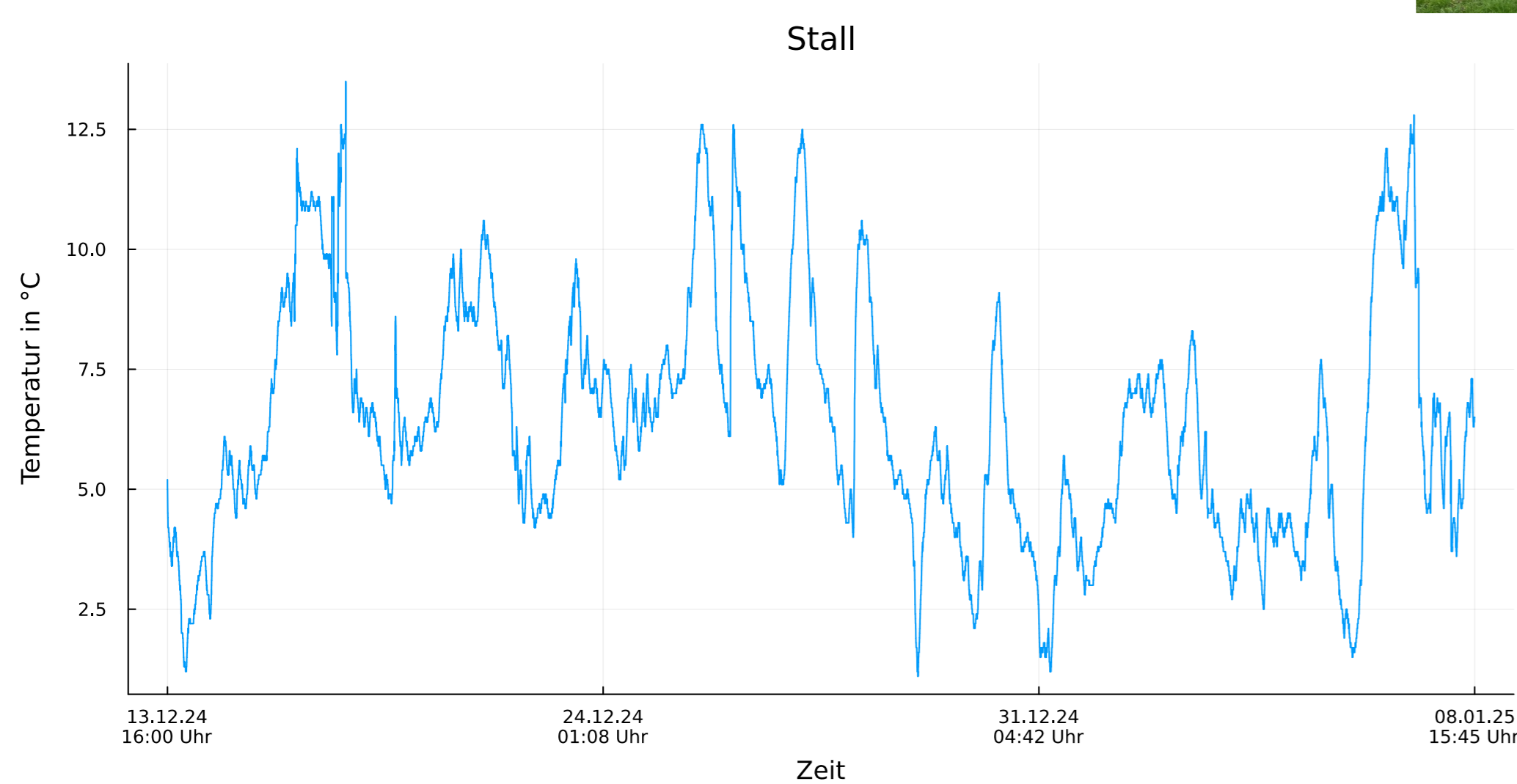
Aus [CCD+]: Change in milk yield at the monthly state level. The change in milk yield (kilogram/head/day) was estimated by removing a quadratic yearly trend in average daily milk yields, then calculating the monthly averages of these detrended yields from 1981 to 2020 for each state (gray lines). The lines were smoothed using a polynomial approximation. We highlighted 2 states with high milk yields (~ 30 kg/head per day) and large cow populations from the cool region in blue (Michigan) and warm region in red (Texas).

→ Hitze- und Kältstress reduzieren, indem Temperatur gemessen und angepasst wird

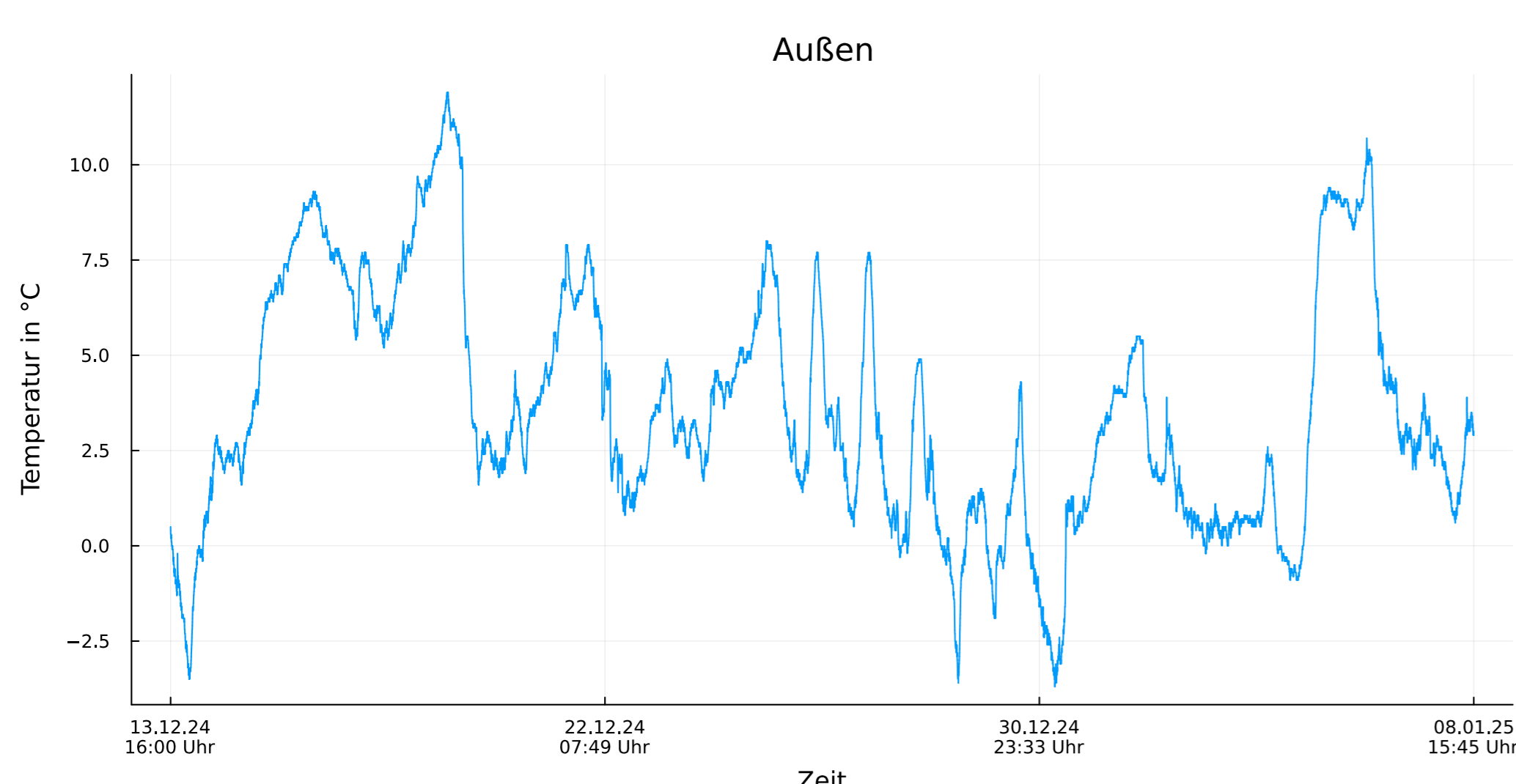
Ziel hier: Simulation und Optimierung der Temperatur in landwirtschaftlichem Gebäude für Familienbetrieb Meyer in Mechernich, Kreis Euskirchen, Nordeifel, Deutschland mit ca. 70 laktierenden Kühen der Rinderrasse Holstein-Rind, sowohl Holstein-Friesian als auch Red Holstein

## Daten

- Temperaturen gemessen durch Thermometer im Gebäude als auch außerhalb
- Im Gebäude: fast zentral auf Höhe des Futtertisches und auf Höhe der doppelten Liegeboxen der laktierenden Kühen am Ausgang des Melkstandes
- Außerhalb: auf der Nordseite des Gebäudes, in der Ecke zum Tankraum



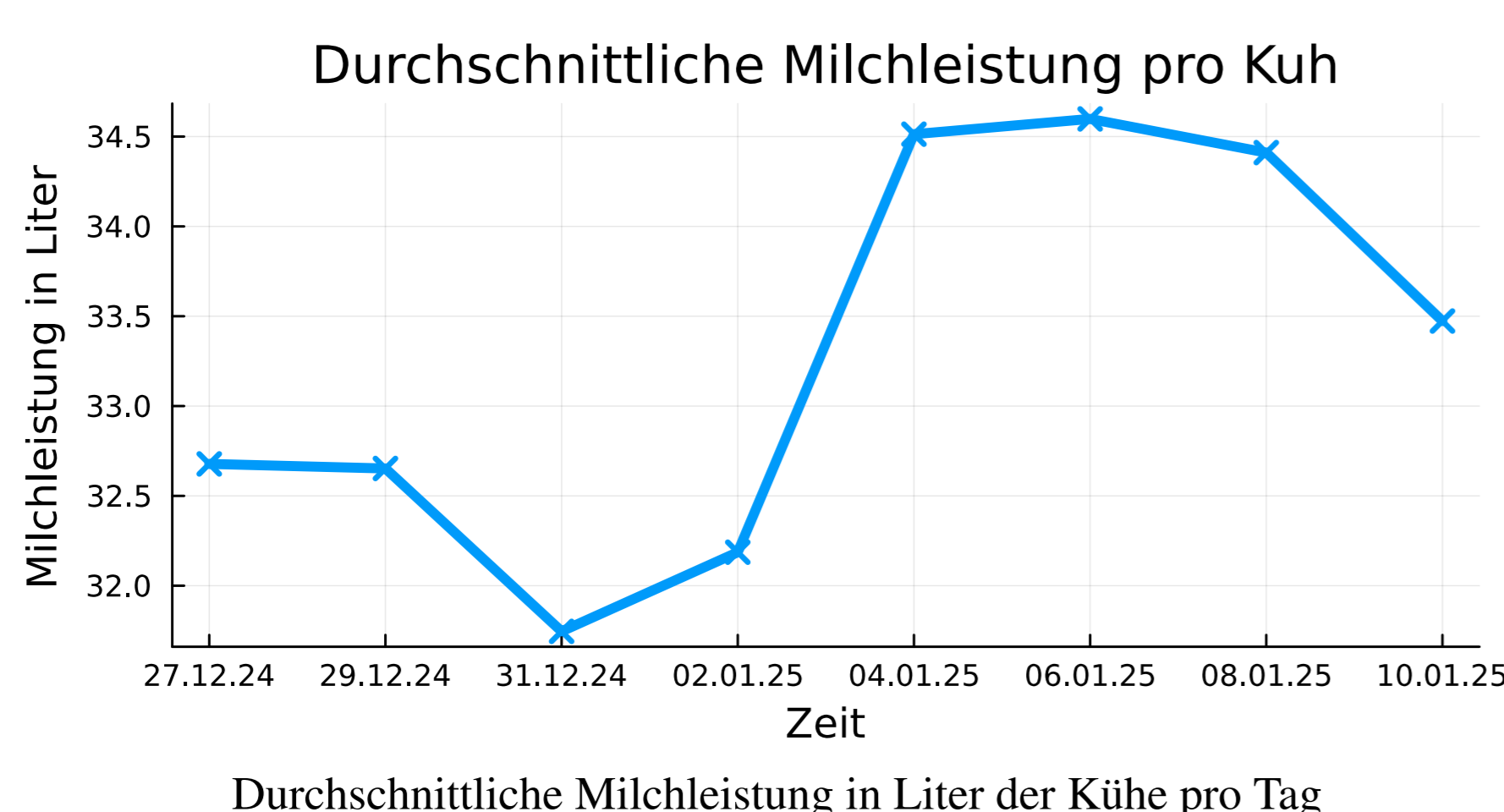
Zeitlicher Temperaturverlauf im Stall



Zeitlicher Temperaturverlauf außerhalb des Stalles

→ Durchschnittlich ist im betrachteten Zeitraum die Temperatur 3°C höher im Gebäude als außerhalb

- Milchmengen der Kühe werden regelmäßig gemessen
- Anzahl der laktierenden Kühe wird pro Tag notiert
- Gesamte Milchmenge alle zwei Tage von Molkerei abgeholt und notiert



Durchschnittliche Milchleistung in Liter der Kühe pro Tag

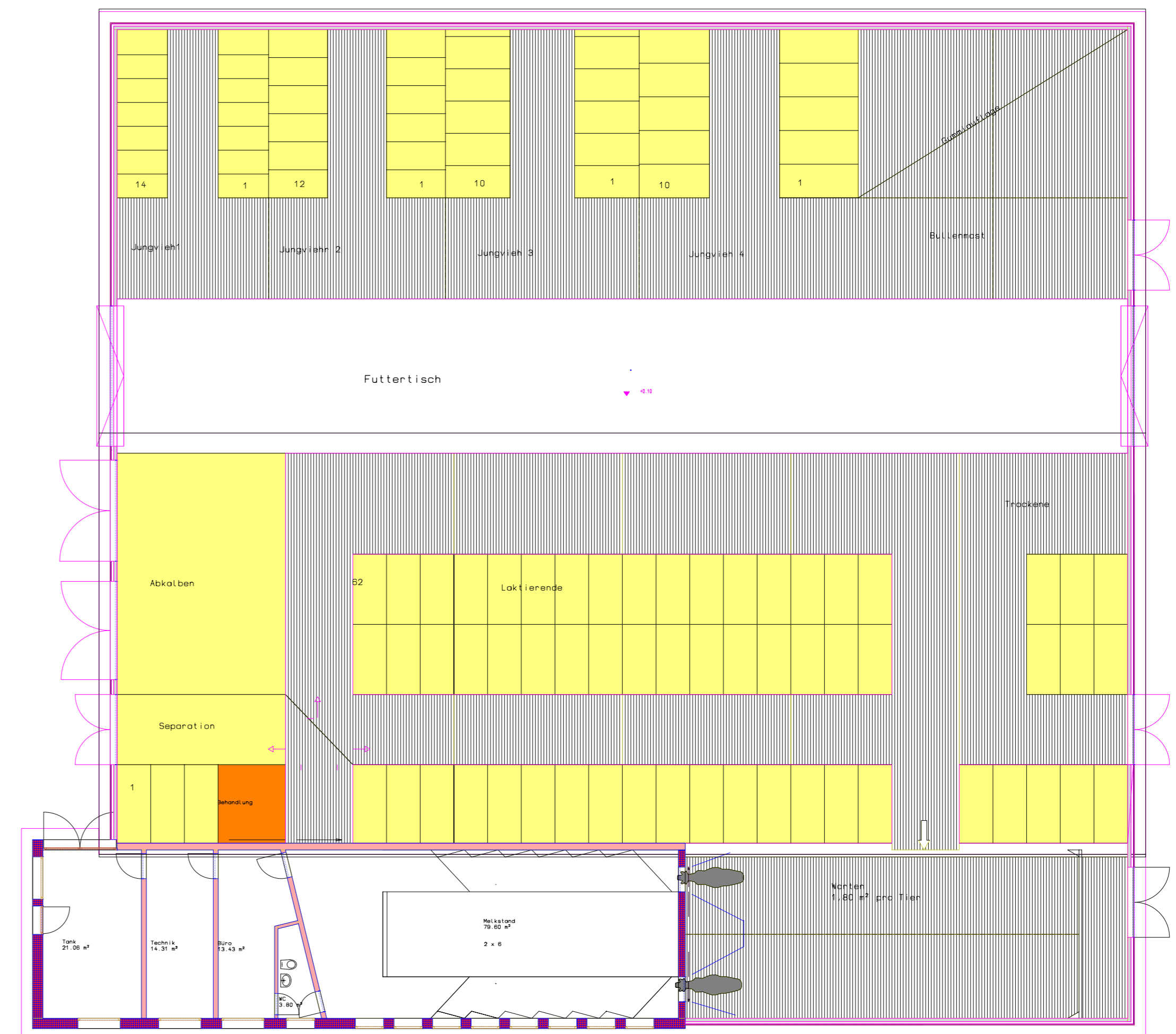
→ nach [CCD+] Durchschnittsmilchleistung an Hitze- und Kältetagen schlechter als an optimalen Tagen

→ Auswirkungen der kalten Temperaturen auf die Milchleistung erkennbar im betrachteten Zeitraum!

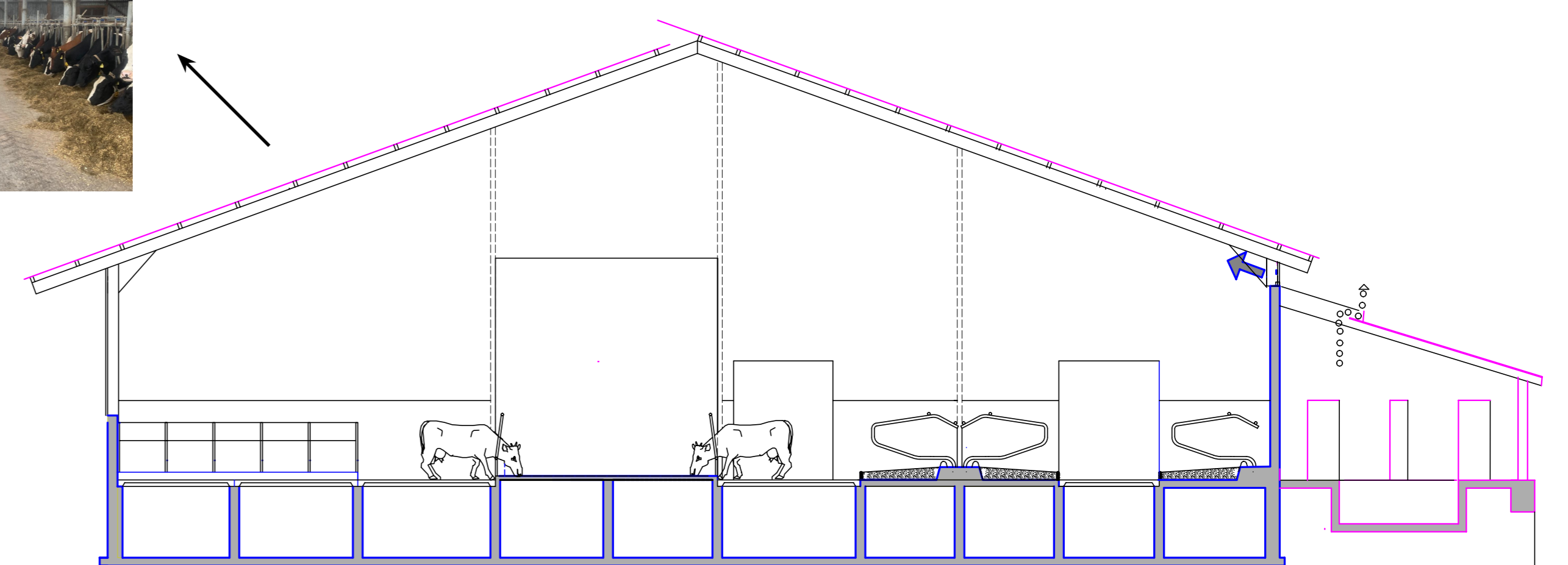
## Gebiet

Ziel: Modellierung der Temperatur im landwirtschaftlichem Gebäude des Familienbetriebs Meyer

→ fasse Gebäude als Gebiet  $\Omega \subset \mathbb{R}^3$  auf



Grundriss des Stallgebäudes des Familienbetriebs Meyer, ca. 35m x 36m, gebaut im Jahr 2010; ©Marcus Weber, Hostel, April 2009



Schnitt des Stallgebäudes des Familienbetriebs Meyer, gebaut im Jahr 2010; ©Marcus Weber, Hostel, April 2009

- Für Änderungen der Temperatur im Stall unter anderem Luftaustausch verantwortlich
- wichtig, an welchen Stellen Türen oder auffahrbare Wände regelmäßig geöffnet werden

## Mathematische Formulierung des Problems

Modellierung der Temperatur  $y = y(\mathbf{x}, t)$  in landwirtschaftlichem Gebäude

→ betrachte auf Gebiet  $\Omega_T := \Omega \times \mathbb{R}_{\geq 0}$  Wärmeleitungsgleichung

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} y(\mathbf{x}, t) - \Delta y(\mathbf{x}, t) &= f \quad \text{für gegebene rechte Seite } f \text{ in } \Omega & \text{(PDE)} \\ \frac{\partial y(\mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{n}} &= g \quad \text{auf Rand } \partial\Omega \text{ von } \Omega \text{ und gegebenem } g \end{aligned}$$

wobei  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$ , Laplace-Operator gegeben durch  $\Delta := \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2}$  und  $\frac{\partial}{\partial \mathbf{n}}$  Ableitung in Richtung der äußeren Normalen

→ Rand  $\partial\Omega$  von  $\Omega$  unterteilen und (Neumann-)Randbedingungen spezifizieren: auf diesen Türen und auffahrbaren Wänden (zur späteren Kontrolle)

→ berücksichtige ebenfalls weitere Parameter wie Feuchtigkeit, Luftaustausch

## Kontrollproblem

Finales Ziel: Bestimme Kontrolle  $u$  so, dass  $(y, u)$  Funktional

$$J(y, u) := \frac{1}{2} \|y - \bar{y}\|_Y^2 + \frac{\omega}{2} \|u\|_U^2$$

über (PDE) minimiert wird, wobei  $Y, U$  Normen geeigneter Funktionenräume,  $\bar{y}$  gewünschte optimale Stalltemperatur und  $\omega > 0$  Regularisierungsparameter

Hier: Kontrolle  $u \longleftrightarrow g$  auf Teil von Rand  $\partial\Omega$

→ System gekoppelter PDEs vom Typ (PDE) mit Temperatur  $y$ , adjungiertem Zustand  $z$  und Kontrolle  $u$

## Literatur

- [BCS] C.A. Becker, R.J. Collier, A.E. Stone, Physiological and behavioral effects of heat stress in dairy cows, Journal of Dairy Science, Volume 103, Issue 8, 2020, Pages 6751 - 6770.
- [CCD+] E. Choi, V. Carneiro de Souza, J.A. Dillon, E. Kebreab, N.D. Mueller, Comparative analysis of thermal indices for modeling cold and heat stress in US dairy systems, Journal of Dairy Science, Volume 107, Issue 8, 2024, Pages 5817-5832.
- [DLG] W. Büscher et al, Avoidance of heat stress in dairy cows, DLG Expert Knowledge Series 450, DLG (German Agricultural Society), 2021 <https://www.dlg.org/en/mediacenter/dlg-expert-knowledge/dlg-expert-knowledge-450-avoidance-of-heat-stress-in-dairy-cows>