

MATHEMATIK FÜR LEHRAMTSTUDIERENDE II
SOMMERSEMESTER 2019

Übungsblatt 6

Ausgabe: 13.05.2019

Abgabe: Montag, 20.05.2019 bis 12:00

Aufgabe 25: (4 Punkte)

Lösen Sie mit Hilfe der Cramerschen Regel das lineare Gleichungssystem:

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 26: (5 Punkte)

Sei

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

und

$$v^1 := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, v^2 := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, v^3 := \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}, v^4 := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

- Berechnen Sie die Eigenwerte von A .
- Welcher der Vektoren $v^i, i = 1 \dots 4$ ist Eigenvektor zu welchem Eigenwert?

Aufgabe 27: (6 Punkte)

Sei $A \in K^{n \times n}$ und $v \in \mathbb{R}^n$ Eigenvektor zum Eigenwert $\lambda \in \mathbb{R}$.

- Zeigen Sie, dass v für alle $k \in \mathbb{N}$ ein Eigenvektor der Matrix A^k zum Eigenwert λ^k ist.
- Es sei nun A nilpotent, das heißt es gibt ein $m \in \mathbb{N}$ mit $A^m = 0$. Zeigen Sie, dass A keinen von Null verschiedenen Eigenwert besitzt.

Aufgabe 28: (5 Punkte)

Berechnen Sie die Länge der folgenden Kurven:

a) $f_1 : [0, \frac{1}{2}] \rightarrow \mathbb{R}^2, t \mapsto \begin{pmatrix} 4t^2 \\ 8t^3 \end{pmatrix}.$

b) $f_2 : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^3, t \mapsto \begin{pmatrix} r \cos(t) \\ r \sin(t) \\ ct \end{pmatrix},$ wobei $a, b, c, r \in \mathbb{R}$ mit $a < b, r > 0$ und $c \neq 0$.