PROF. DR. ANGELA KUNOTH
ANNA WELLER

MATHEMATIK FÜR LEHRAMTSTUDIERENDE II
SOMMERSEMESTER 2019

Übungsblatt 1

Ausgabe: 01.04.2019 Abgabe: Montag, 08.04.2019 bis 10:00

Aufgabe 1: (4 Punkte)
Leiten Sie die Lösung des linearen Gleichungssystems

$$\begin{array}{ccccccc} 4x_1 & + & 3x_2 & + & x_3 & = & 6 \\ & & 2x_2 & + & 2x_3 & = & 0 \\ & & & & 7x_3 & = & 7 \end{array}$$

her.

Aufgabe 2: (4 Punkte)
Betrachten Sie

$$(A,b) := \left(\begin{array}{ccccccc|c} 0 & 1 & 0 & 2 & -1 & -4 & 0 & b_1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 2 & 1 & b_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & b_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & b_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

in Zeilenstufenform mit $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$ und $b_i,\ i = 1,\dots 4$ beliebig. Geben Sie m,n sowie den Rang der Matrix A an. Bestimmen Sie anschließend alle möglichen Lösungen $x \in \mathbb{R}^n$ und die Dimension des Lösungsraums $\text{Lös}(A,b)$.

Aufgabe 3: (6 Punkte)
Für einen gegebenen Vektor $v \in \mathbb{R}^n, v \neq 0$, definieren wir die Matrix $Q_v \in \mathbb{R}^{n\times n}$ durch

$$Q_v := I - \frac{2}{v^T v} v v^T,$$

wobei I die $n \times n$ Einheitsmatrix bezeichnet. Zeigen Sie:

(i) $Q_v = Q_v^T$,

(ii) $Q_v^2 = I$,

(iii) Q_v ist eine Orthogonalmatrix,

(iv) $Q_{\alpha v} = Q_v$ für alle reellen $\alpha \neq 0$,

(v) $Q_v y = y$ ist äquivalent zu $v^T y = 0$ für $y \in \mathbb{R}^n$,

(vi) $Q_v v = -v$.

Aufgabe 4: (6 Punkte)
Bestimmen Sie die QR-Zerlegung der Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -3 & 0 \\ 2 & 4 & -4 \end{pmatrix}$$

mittels Householder-Spiegelungen.