

MATHEMATIK FÜR LEHRAMTSTUDIERENDE
WINTERSEMESTER 2018/2019

Übungsblatt 3

Ausgabe: 24.10.2018

Abgabe: Mittwoch, 31.10.2018 bis 12:00
Hinweise zur Abgabe finden Sie auf der Veranstaltungshomepage

Aufgabe 10: (6 Punkte)

Analog zum Summenzeichen ist das Produktzeichen als $\prod_{i=1}^n a_i := a_1 \cdot a_2 \cdots a_n$ definiert.

Bestimmen und vereinfachen Sie (mit Begründung) weitestgehend folgende Summen und Produkte, sodass Aussagen ohne Summen- oder Produktzeichen entstehen.

a) $\sum_{i=-20}^{20} (-1)^i$

b) $\sum_{s=1}^n \frac{s}{2}$

c) $\sum_{\ell=1}^n \sum_{m=3}^{n+1} 42$

d) $\prod_{p=0}^n (x \cdot a_p)$

e) $\prod_{t=1}^n \frac{t}{3}$

f) $\sum_{q=0}^{n-1} \prod_{r=1}^8 (-1)^r (q+1)$

Aufgabe 11: (4 Punkte)

Beweisen Sie für jedes $n \in \mathbb{N} \setminus \{3\}$ folgende Ungleichung:

$$n^2 \leq 2^n.$$

Aufgabe 12: (2 Punkte)

Die folgenden Teilmengen von \mathbb{R} bezeichnet man als Intervalle:

$$\begin{aligned} [a, b] &:= \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\} \text{ ist ein abgeschlossenes Intervall,} \\ (a, b] &:= \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\} \text{ ist ein links halboffenes Intervall,} \\ [a, b) &:= \{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\} \text{ ist ein rechts halboffenes Intervall,} \\ (a, b) &:= \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\} \text{ ist ein offenes Intervall.} \end{aligned}$$

Bestimmen Sie mit Hilfe dieser Definition alle $x \in \mathbb{R}$, die Folgendes erfüllen:

$$-3x - 2 \leq 5 < -3x + 4.$$

Aufgabe 13: (4 Punkte)

Beweisen Sie für beliebiges $a, b \in \mathbb{R}$ die Ungleichungen

- (i) $|a + b| \leq |a| + |b|$ (Dreiecksungleichung);
- (ii) $||a| - |b|| \leq |a - b|$.

Aufgabe 14: (4 Punkte)

Beweisen Sie: Die Potenzmenge $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ der natürlichen Zahlen \mathbb{N} ist überabzählbar.