Prof. Dr. Angela Kunoth
Anna Weller

Mathematik für Lehramtstudierende
Wintersemester 2018/2019

Übungsblatt 10

Ausgabe: 12.12.2018 Abgabe: Mittwoch, 19.12.2018 bis 12:00

Aufgabe 40: (5 Punkte)
Sei $[a,b]$ ein abgeschlossenes und beschränktes Intervall und $f : [a,b] \to [a,b]$ eine stetige Funktion. Zeigen Sie, dass f in $[a,b]$ einen Fixpunkt hat, d.h. es existiert ein $p \in [a,b]$ mit $f(p) = p$.

Hinweis: Benutzen Sie den Zwischenwertsatz für stetige Funktionen.

Aufgabe 41: (4 Punkte)
Bestimmen Sie die Ableitung der folgenden Funktionen mit Hilfe der Grenzwertdefinition der Ableitung:

(i) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) := 3x^3 + x + a$ für $a \in \mathbb{R}$,

(ii) $g : \mathbb{R}_+ \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$ mit $g(x) := -\frac{1}{x^2}$.

Aufgabe 42: (5 Punkte)
Seien $f, g : I \to \mathbb{R}$ in $x \in I \subseteq \mathbb{R}$ differenzierbare Funktionen. Zeigen Sie: dann ist auch die Funktion $f \cdot g : I \to \mathbb{R}$ in x differenzierbar, und es gilt: $(f \cdot g)'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$.

Aufgabe 43: (6 Punkte)
Berechnen Sie die Ableitung der folgenden Funktionen f_k mit $f_k : I \to \mathbb{R}, I \subseteq \mathbb{R}, k = 1, \ldots, 4$ und einer reellen positiven Konstante a .

(i) $f_1(x) = x^{-n}$,

(ii) $f_2(x) = \log(\frac{1}{x})$,

(iii) $f_3(x) = x^x$,

(iv) $f_4(x) = a^{(x^x)} = a^{(\exp(x \log x))}$.