

MATHEMATIK FÜR LEHRAMTSTUDIERENDE
WINTERSEMESTER 2018/2019

Übungsblatt 9

Ausgabe: 05.12.2018

Abgabe: Mittwoch, 12.12.2018 bis 12:00

Aufgabe 36: (5 Punkte)

Zeigen Sie mithilfe der ε - δ -Definition von Stetigkeit (also ohne Zuhilfenahme von Sätzen aus der Vorlesung), dass die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3$ für jedes $x \in \mathbb{R}$ stetig ist.

Aufgabe 37: (4 Punkte)

Es sei

$$f : [1, 4] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) := \frac{2}{x^2} - x + 1.$$

- (i) Zeigen Sie, dass f stetig ist und skizzieren Sie den Graphen der Funktion.
- (ii) Zeigen Sie, dass f mindestens eine Nullstelle besitzt.

Aufgabe 38 : (8 Punkte)

Beweisen Sie folgende Grenzwerte:

- (i) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^k \cdot e^{-x} = 0$ für jedes $k \in \mathbb{N}$,
- (ii) $\lim_{x \rightarrow \infty} \log x = \infty$ und $\lim_{x \rightarrow 0} \log x = -\infty$,
- (iii) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x^k} = 0$ für jedes $k \in \mathbb{N}$.

Hinweis zu ii): Machen Sie sich für den zweiten Teil zu nutze, dass $\lim_{x \rightarrow 0} x = 0 = \lim_{y \rightarrow \infty} \frac{1}{y}$ ist.

Aufgabe 39: (3 Punkte)

Beweisen Sie folgende Rechenregeln für Potenzen ($a > 0, a \in \mathbb{R}, x, y \in \mathbb{R}$):

- (i) $a^x a^y = a^{x+y}$,
- (ii) $(a^x)^y = a^{xy}$,
- (iii) $a^x b^x = (ab)^x$.