Universität zu Köln

PROF. DR. ANGELA KUNOTH
ANNA WELLER

MATHEMATIK FÜR LEHRAMTSTUDIERENDE
WINTERSEMESTER 2018/2019

Übungsblatt 5

Ausgabe: 07.11.2018

Abgabe: Mittwoch, 14.11.2018 bis 12:00
Hinweise zur Abgabe finden Sie auf der Veranstaltungshomepage

Aufgabe 19: (4 Punkte)
Beweisen Sie folgende Aussagen über das Wachstum von Potenzen:
Sei $b \in \mathbb{R}, b > 0$, dann folgt:

i) $b > 1 \quad \Rightarrow \quad \forall\, K \in \mathbb{R}\ \exists\, n \in \mathbb{N}:\ b^n > K.$

ii) $0 < b < 1 \quad \Rightarrow \quad \forall\, \varepsilon \in \mathbb{R},\ \varepsilon > 0\ \exists\, n \in \mathbb{N}:\ b^n < \varepsilon.$

Aufgabe 20: (4 Punkte)

(i) Es seien $(a_n)_{n\in N}$ eine Nullfolge und $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine beschränkte Folge. Zeigen Sie, dass $(a_n b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Nullfolge ist.

(ii) Beweisen oder wiederlegen Sie, dass die Aussage in (i) auch für eine unbeschränkte Folge $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ gilt.

Aufgabe 21 : (7 Punkte)
Bestimmen Sie die Grenzwerte der folgenden Folgen:

(i) $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $a_n := 1 - \frac{1}{n}$;

(ii) $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $b_n := \frac{1}{n^3}$;

(iii) $(c_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $c_n := \frac{n^3+1}{13n^3 - 12n^2}$.

Aufgabe 22: (5 Punkte)

i) Beweisen Sie durch vollständige Induktion nach n: Seien $x, y \in \mathbb{R}$ und $n \in \mathbb{N}$. Dann gilt

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^{n-k} y^k,$$

wobei $\binom{n}{k} := \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$ ist.

ii) Bestimmen Sie nun den Grenzwert der Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} 2^{-n-k}$.