PROF. DR. ANGELA KUNOTH
ANNA WELLER

MATHEMATIK FÜR LEHRAMTSTUDIERENDE
WINTERSEMESTER 2018/2019

Übungsblatt 2

Ausgabe: 17.10.2018

Abgabe: Mittwoch, 24.10.2018 bis 12:00
Hinweise zur Abgabe finden Sie auf der Veranstaltungshomepage

Aufgabe 6: (4 Punkte)
Sei X die Menge der Studierenden, die im letzten Semester die Klausur in Mathematik bestehen wollten, und sei

$A \subseteq X$ die Menge der Studierenden, die die Vorlesungen besuchten,
$B \subseteq X$ die Menge der Studierenden, die die Übungen besuchten,
$C \subseteq X$ die Menge der Studierenden, die die Klausur bestanden haben.

(a) Geben Sie die folgenden Aussagen in Mengenschreibweise an:
  (i) Die Menge der Studierenden, die die Vorlesungen, aber nicht die Übungen besuchten.
  (ii) Die Menge der Studierenden, die weder die Übungen noch die Vorlesungen besuchten.
  (iv) Die Menge der Studierenden, die die Vorlesungen oder die Übungen besuchten.

(b) Wann gilt $C \subseteq A \cap B$?

Aufgabe 7: (4 Punkte)
Bestimmen Sie die Mächtigkeiten $|A|$, $|B|$, $|C|$, $|D|$ der folgenden Mengen:

(i) $A := \emptyset$

(ii) $B := \{n \in \mathbb{N} : n \text{ gerade und } 1 < n < 10\}$

(iii) $C := \{\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}\}$

(iv) $D := 2^E = \mathscr{P}(E)$, wobei $E := \{a, b, c, d\}$ ist.

Aufgabe 8: (6 Punkte)
Zeigen Sie, dass für zwei beliebige Zahlen $x, y \in \mathbb{R}$ die Identität

$$\max(x,y) = \frac{1}{2}(x+y+|x-y|)$$

erfüllt ist, wobei

$$\max(x,y) := \begin{cases} x, & x \geq y \\ y & \text{sonst.} \end{cases}$$

Aufgabe 9: (6 Punkte)
Verwenden Sie das Prinzip der vollständigen Induktion, um folgende Aussage für alle natürlichen Zahlen $n \in \mathbb{N}$ zu beweisen:

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 := 1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1).$$