

Einführung: B-Splines und Anwendungen

Angela Kunoth

Seminar zur Algorithmischen Mathematik im WS 2017/18, Universität zu Köln
02. August 2017

Ziel dieses Vortrags: Motivation der Thematik

- Interpolation mit Polynomen
- B-Splines
- Interpolation mit B-Splines
- Anwendungen: Computer Aided Design; numerische Lösung partieller Differentialgleichungen

Verwendete Literatur (zusätzlich zu Originalarbeiten):

[dB1] C. de Boor, Splinefunktionen, Lecture Notes in Mathematics, Birkhäuser, 1990.

[dB2] C. de Boor, A Practical Guide to Splines, Springer, revised edition, 2001.

[K1] A. Kunoth, Mathematische Methoden in der Geometrischen Datenverarbeitung (CAGD), Skript zur Vorlesung von Prof. Dr. Wolfgang Dahmen im WS 1989/90 und SS 1990 an der Freien Universität Berlin.

[K2] A. Kunoth, Algorithmische Mathematik und Programmieren/Numerik I, Skript zur Vorlesung im WS 2015/16 und SS 2016 an der Universität zu Köln, Version vom 21. Oktober 2015.

[Sch] L. Schumaker, Spline Functions: Computational Methods, SIAM, 2015.

Interpolation mit Polynomen

Aufgabe:

für gegebene Stützstellen $x_0, \dots, x_n \in \mathbb{R}$ und Daten $f_0, \dots, f_n \in \mathbb{R}$,

bestimme $g \in \mathcal{P}_n$ (Raum der Polynome vom Grad n) mit

$$g(x_i) = f_i \quad \text{für jedes } i = 0, \dots, n$$

Motivation:

Computer Aided Design (geometrische Datenverarbeitung), numerische Quadratur, numerische Lösung partieller Differential- und Integralgleichungen . . .

Klassisches Thema der Numerik:

Darstellung des Interpolationspolynoms in monomialer, Lagrange- oder Newtonform; schnelle Auswertung über Horner Schema und Schema von Neville und Aitken

Problem:

für größere n zunehmende Oszillationen des Interpolationspolynoms

Lösung:

verwende anstelle dessen **stückweise Polynome** mit hinreichender globaler Glattheit

↪ **B-Splines** als Basisfunktionen

für geeignet definierten Raum stückweiser Polynome mit globaler Glattheit

Wichtig für Theorie (Numerische Analysis): Fehlerabschätzungen

Wichtig für Anwendungen: höchsteffiziente Darstellung und Auswertung

Ziel und Sinn eines Seminars

Eigenständig (mit Hilfestellung) vertiefende Themen bearbeiten und anderen darstellen:
wissenschaftliches Arbeiten lernen

Hier: Themen aus der Theorie und Anwendung von B-Splines basierend auf Vorlesungsskripten,
Buchkapiteln, engl. Originalarbeiten

Organisatorisches zu Seminarvorträgen

- ▶ Festlegung der Themen und Vortragstermine bis zum 09.10. (1. Seminartermin)
- ▶ Literatur durcharbeiten und bis ins Detail verstehen; ggf. weitere Arbeiten/Literatur hinzuziehen; Material geeignet auswählen;
- ▶ Formular zur Anmeldung zum Seminar (Webseite des Math. Inst.) bei Organisatoren abgeben (oder ins Postfach Kunothe bei Frau Georg);
- ▶ bis 2 Wochen vor Vortrag an licon@math.uni-koeln.de bzw. kunothe@math.uni-koeln.de erste Version der Folien (max. 15 Folienseiten) zur Durchsicht mailen;
- ▶ Vortrag halten (max. 30 Minuten);
- ▶ bis max. 1 Monat nach dem Vortrag schriftliche Ausarbeitung zum Vortrag an licon@math.uni-koeln.de bzw. kunothe@math.uni-koeln.de mailen; nach einmaliger Durchsicht von Organisatoren kann diese überarbeitet werden;
- ▶ Note für Modul ergibt sich aus Vortrag, Inhalt/Gestaltung der Folien und schriftlicher Ausarbeitung in finaler Version.