

Präsenzübung 7

Ausgabe: 30.11.2017 Besprechung in der Übung in der Vorlesungswoche vom 4.12.2017 bis 8.12.2017.

Aufgabe 13: (LR-Zerlegung)

Gegeben ist die folgende Matrix aus Präsenzübung 6 (Aufgabe 12) und rechte Seite

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -6 & 7 \\ -1 & 2 & \frac{5}{2} \\ 4 & 8 & 4 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 25 \\ -\frac{7}{2} \\ -4 \end{pmatrix}.$$

- Führen Sie die Zerlegung $PA = LR$ (P : Permutationsmatrix) mit Spaltenpivotisierung (Zeilenvertauschungen) durch. Geben Sie die Matrizen P, L, R explizit an. Lösen Sie damit das lineare Gleichungssystem $Ax = b$ zu obiger rechter Seite mit Vorwärts- und Rückwärtssubstitution.
- Bestimmen Sie die Zerlegung $PA\hat{P} = LR$ (P, \hat{P} : Permutationsmatrizen) mit totaler Pivotisierung (Zeilen- und Spaltenvertauschungen). Auch hier sind die Matrizen P, \hat{P}, L, R explizit anzugeben. Lösen Sie erneut das lineare Gleichungssystem $Ax = b$ mit dieser Zerlegung.

Aufgabe 14: (Frobeniusnorm)

Die Frobeniusnorm $\|\cdot\|_F$ einer Matrix $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ist definiert durch

$$\|A\|_F := \sqrt{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |a_{ij}|^2}.$$

Zeigen Sie:

- Die Frobeniusnorm ist definit und homogen.
- Die Frobeniusnorm ist mit der Euklidischen Norm verträglich, d.h. $\|Ax\|_2 \leq \|A\|_F \|x\|_2$.
- Die Frobeniusnorm ist submultiplikativ.