Prof. Dr. Angela Kunoth
Sandra Boschert

Algorithmische Mathematik und Programmieren
WS 2017/2018

Präsenzübung 4

Ausgabe: 9.11.2017 Besprechung in der Übung in der Vorlesungswoche vom 13.11.2017 bis 17.11.2017.

Aufgabe 8:
Seien $n, p, q \in \mathbb{N}$ und sei $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ eine (p,q)-Bandmatrix. Das heißt, es gilt

$$a_{ij} = 0 \text{ für alle } i > j + p \text{ und für alle } i < j - q.$$

a) Sei $B \in \mathbb{R}^{n\times n}$ eine (r,s)-Bandmatrix mit $r, s \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass AB eine $(p+r, q+s)$-Bandmatrix ist.

b) Sei A nun zusätzlich invertierbar. Zeigen Sie, dass A^{-1} im Allgemeinen voll besetzt und somit im Allgemeinen keine Bandmatrix ist. Dabei heißt eine Matrix *voll besetzt*, falls die Anzahl ihrer Nicht-Null-Einträge in $O(n^2)$ liegt.

c) Finden Sie eine Bedingung an A, sodass A^{-1} dünn besetzt ist. Dabei heißt eine Matrix *dünn besetzt*, falls die Anzahl ihrer Nicht-Null-Einträge in $O(n)$ liegt.