

## Übungsblatt 2

Ausgabe: 19.10.2017

Abgabe: Donnerstag, 26.10.2017 bis 14:00 Uhr im Tutorium.

Besprechung im Tutorium am 26.10.2017.

### Aufgabe 7: (5 Punkte)

In dieser Aufgabe sollen Sie sich mit vektorieller Programmierung und deren Wirkung auf die Laufzeit eines Programms beschäftigen. Schreiben Sie dazu ein Matlab-Programm, das für  $n = 2^j$ ,  $j = 0, \dots, 10$  zwei  $n \times n$ -Matrizen  $A$  und  $B$  addiert. Dabei sollen die Additionen in jedem Schritt auf zwei unterschiedliche Weisen vorgenommen werden: Einmal mittels einer For-Schleife und einmal mittels des Operators  $+$ . Eine Ausgabe der berechneten Summen ist nicht nötig. Wählen Sie  $A$  und  $B$  als Matrizen. Ermitteln Sie für jedes  $n$  die benötigte Zeit für die Addition mit For-Schleife und die benötigte Zeit für die Addition mit dem Operator  $+$ . Somit erhalten Sie insgesamt  $2 \cdot 11$  Zeitmessungen. Stellen Sie die gemessenen Zeiten als 2 Graphen in einem gemeinsamen Plot dar. Benutzen Sie dabei eine logarithmische Skalierung der Achsen (Logplot). Welches Additionsverfahren ist schneller?

### Aufgabe 8: (4 Punkte)

In dieser Aufgabe sollen Sie untersuchen, wie sich das Sparse-Format auf die Laufzeit eines Programms auswirkt. Schreiben Sie dazu ein Matlab-Programm, das für  $n = 2^j$ ,  $j = 0, 1, \dots, 10$  zwei  $n \times n$ -Matrizen  $A$  und  $B$  addiert. Eine Ausgabe der berechneten Summen ist nicht nötig. Dabei sollen  $A$  und  $B$  die folgende Form haben:

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & \dots & 0 \\ 2 & 1 & \ddots & & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 2 \\ 0 & \dots & \dots & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B := \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 2 & 3 & \ddots & & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 1 \\ 0 & \dots & \dots & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Messen Sie für jedes  $n$  die benötigte Zeit für die Addition von  $A$  und  $B$  als ganze Matrizen und die benötigte Zeit für  $A$  und  $B$  im Sparse-Format. Stellen Sie die gemessenen Zeiten wie in Aufgabe 7 als 2 Graphen in einem gemeinsamen Plot dar und benutzen Sie wieder eine logarithmische Achsenskalierung. Welches Format führt zu einer geringeren Laufzeit der Addition?

### Aufgabe 9: (2 Punkte)

Schreiben Sie ein Matlab-Programm, das die Matrix  $A \in \mathbb{R}^{100 \times 100}$  mit den Einträgen

$$A_{ij} := \frac{i}{j} \text{ für alle } i, j = 1, \dots, 100$$

aufstellt. Achten Sie auf eine möglichst effiziente Implementierung. Benutzen Sie daher keine For-Schleife.

### Aufgabe 10: (4 Punkte)

Die Ableitung der Funktion  $f(x) := x^2 + x$  ist auf Grund ihrer stetigen Differenzierbarkeit an der Stelle  $x_0 := 1$  definiert als

$$f'(x_0) := \lim_{h \rightarrow 0} \Delta^h f(x_0), \quad \Delta^h f(x_0) := \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

und ist folglich für ein beliebig kleines  $h > 0$  beliebig genau approximierbar. Bestimmen Sie die Approximation für  $h := 2^{-j}$  mit  $j = 1, 2, \dots, 20$ . Plotten Sie den Verlauf des absoluten Fehlers und benutzen Sie dabei eine logarithmische Skalierung der Achsen. Was fällt Ihnen auf?

**Aufgabe 11:** (5 Punkte)

Schreiben Sie ein kurzes Matlab-Programm, welches die Maschinengenauigkeit `eps` im Matlab-Standardformat `double` bestimmt. Nutzen Sie hierzu die Definition als betragsmäßig kleinste Zahl, die addiert zu 1.0 in `float`-Darstellung (double-precision) echt größer als 1.0 ist, d.h.  $\text{eps} := \inf\{\delta > 0 : \text{fl}(1 + \delta) > 1\}$ , wobei  $\text{fl}(x)$  die Rundung der Zahl  $x$  bezeichnet. Verwenden Sie *nicht* die Definition  $\text{eps} := \frac{b^{1-m}}{2}$  oder die vordefinierte Matlab-Konstante `eps`.

**Zur Abgabe:** Geben Sie einen Ausdruck des Programmdurchlaufs und des vorbildlich kommentieren, perfekt dargestellten m-files im Tutorium (Zentralübung) ab. Schicken Sie Ihren Programmcode zusätzlich per Email an Ihren jeweiligen Übungsgruppenleiter und zwar mit Subject/Betreff à la:

Subject: Uebung2, Muster, Hans

Bitte erstellen Sie hierzu einen ZIP komprimierten Ordner mit den m-files. Bitte benennen Sie die m-files zum Beispiel mit `aufgabe7.m`. Die Email-Adressen der jeweiligen Übungsgruppenleiter finden Sie auf der Veranstaltungshomepage.