

Übungsblatt 11

Ausgabe: 21.12.2017

Abgabe: Donnerstag, 11.01.2018 bis 14:00 Uhr vor dem Tutorium

Aufgabe 32: (20 Punkte, 4+8+4+4)

- a) Bestimmen Sie (*per Hand*) die QR-Zerlegung der Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 0 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

mittels Householder-Reflexionen und lösen Sie damit das Gleichungssystem

$$Ax = b, \quad b := (1, 1, 1)^T.$$

Geben Sie hierbei die Matrizen Q und R explizit an.

- b) Schreiben Sie einen Matlab-Code zum Lösen eines linearen Gleichungssystems $Ax = b$ mittels QR-Verfahren über Householder-Reflexionen. Hierzu soll natürlich *nicht* die bereits in Matlab implementierte QR-Methode benutzt werden. Nutzen Sie dazu die effiziente Speicherung wie in der Vorlesung beschrieben. Es soll also lediglich die Matrix A überschrieben werden und die Diagonalelemente separat abgespeichert werden. Die modifizierte Matrix \tilde{A} enthält somit die Einträge der rechten oberen Dreiecksmatrix R (ohne Diagonalelemente), sowie die einzelnen Spiegelungsachsen v der Householder-Reflexionen. Die Matrix \tilde{A} 'kodiert' daher zusammen mit dem Vektor aus Diagonalelementen die komplette QR-Zerlegung. Implementieren Sie dieses Lösungsverfahren als separate Matlab-Funktion (QR.House), welcher als Input eine Matrix A sowie die rechte Seite b übergeben wird und als Rückgabewerte die QR-Zerlegung wie oben beschrieben 'kodiert' als modifizierte Matrix \tilde{A} und separatem Vektor aus Diagonalelementen d , sowie die Lösung x durch Rückwärtseinsetzen liefert.
- c) Überprüfen Sie Ihr Programm, indem Sie die Matrix aus Teil a) mit Ihrem Programm aus Teil b) transformieren und das entsprechende Gleichungssystem lösen. Geben Sie die transformierte Matrix \tilde{A} , den Vektor aus Diagonalelementen d und die Lösung x aus. Schreiben Sie sich hierzu ein Matlab-Skript (Aufgabe32c.m), in der Sie die Funktion aus Teil b) mit den hier angegebenen Parametern aufrufen und die geforderten Matrizen/Vektoren ausgeben. Lesen Sie zudem aus der Matrix \tilde{A} die einzelnen Spiegelungsachsen v der Transformationen Q_v und die obere Dreiecksmatrix R der QR-Zerlegung ab und geben diese mit an.
- d) Die QR-Zerlegung lässt sich auch auf nicht-quadratische Matrizen anwenden. Berechnen Sie mit Ihrem Code aus Teil b) die Lösung des Gleichungssystems $Ax = b$ mit

$$A := \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 9 & 23 \\ 15 & 38 \end{pmatrix}, \quad b := (5, 14, 23)^T.$$

Geben Sie die transformierte Matrix \tilde{A} , den Vektor aus Diagonalelementen d und die Lösung x aus. Schreiben Sie sich hierzu ein Matlab-Skript (Aufgabe32d.m), in der Sie die Funktion aus Teil b) mit den hier angegebenen Parametern aufrufen und die geforderten Matrizen/Vektoren ausgeben. Lesen Sie zudem aus der Matrix \tilde{A} die einzelnen Spiegelungsachsen v der Transformationen Q_v und die obere Dreiecksmatrix R der QR-Zerlegung ab und geben diese mit an.

Zur Abgabe: Geben Sie einen Ausdruck des Programmdurchlaufs und des vorbildlich kommentieren m-files im Tutorium (Zentralübung) ab. Schicken Sie Ihren Programmcode zusätzlich per Email an Ihren jeweiligen Übungsgruppenleiter und zwar mit Subject/Betreff à la:

Subject: Uebung2, Muster, Hans

Bitte erstellen Sie hierzu einen ZIP komprimierten Ordner mit den m-files. Bitte benennen Sie die m-files zum Beispiel mit *aufgabe32.m* und schreiben Sie in jedem m-file ihren Namen. Die Email-Adressen der jeweiligen Übungsgruppenleiter finden Sie auf der Veranstaltungshomepage.